<u>מבחן קורס מודלים חישוביים, חישוביות וסיבוכיות (67521)</u>

<u>מועד ב, 21.08.2020</u>

מרצים: פרופ' אורנה קופרמן ופרופ' עודד שוורץ
מתרגלים: באדר אבו ראדי, מאיה דותן, אלון נצר ויהונתן מזרחי
צארים: דנה סנדר ורביד אלון

הוראות כלליות:

1. משך המבחן 3 שעות.
2. במבחן שלוש שאלות. בכל שאלה כמה סעיפים, ויש לענות על כולם.
3. השיבו על השאלות על גבי טופס זה בלבד. המחברות הן טיוטה ולא ייאספו.
4. במידה ואתם זקוקים למקום נוסף לצורך מענה על סעיף כלשהו, השתמשו בדפי התשובות הריקים המופיעים בסוף טופס זה. אם אתם זקוקים לדפי תשובות נוספים, פנו למשגיח/ה.
5. נסחו במדויק כל טענה בה אתם עושים שימוש. מותר להשתמש בטענות שנלמדו בכיתה, בתרגול או בתרגיל אלא אם נתבקשתם להוכיח אותן בשאלה.
6. השימוש בכל חומר עזר אסור.

בהצלחה!

חלק I. (34 נק')

1. (12 נק')

נתונה השפה הבאה: $L = \{w \mid w \in \{0,1\}^* \text{ and } |w| \ is\ even\}$

לדוגמא, $001 \notin L$ אבל $10 \in L$.

האם קיים DFA מעל הא"ב $\{0,1\}$ עבור L עם מצב מקבל יחיד וסה"כ 4 מצבים, שכולם ישיגים? אם כן, ציירו את האוטומט. אם לא, הוכיחו שאין.

עבור שפה $L \subseteq \{a,b\}^*$, נגדיר את השפה $MARK(L)$

$$MARK(L) = \{a \cdot w \mid w \in L \text{ and } |w| \text{ is even}\} \cup \{b \cdot w \mid w \in L \text{ and } |w| \text{ is odd}\}$$

לדוגמא:

$$MARK(\{a, ab, aba\}) = \{aab, ba, baba\}$$
$$MARK(\{a^n b^n \mid n \geq 0\}) = \{a^{n+1} b^n \mid n \geq 0\}$$

2. (11 נק')

טענה: לכל שפה $L \subseteq \{a,b\}^*$, אם $L \in REG$, אז $MARK(L) \in REG$.

הטענה: נכונה לא נכונה (סמנו את בחירתכם)

הוכחה:

3. (11 נק')

טענה: לכל שפה $L \subseteq \{a,b\}^*$, אם, $MARK(L) \in REG$ אז $L \in REG$.

הטענה:	נכונה	לא נכונה	(סמנו את בחירתכם)
הוכחה:			

חלק II. (33 נק')

4. (11 נק')

נגדיר את השפה $L_1 = \{\langle M \rangle \mid M \text{ is a TM and } L(M) \text{ includes at least one palindrome}\}$

באיזה מהמחלקות הבאות נמצאת L_1?

R $\quad$ $RE \setminus R$ $\quad$ $coRE \setminus R$ $\quad$ $\overline{RE \cup coRE}$ $\quad$ (סמנו את בחירתכם)

הוכחה:

5. (11 נק')

נגדיר את השפה $L_2 = \{\langle M \rangle \mid M \text{ is a TM and every word in } L(M) \text{ is a palindrome}\}$

באיזה מהמחלקות הבאות נמצאת L_2?

R $\quad$ $RE \setminus R$ $\quad$ $coRE \setminus R$ $\quad$ $\overline{RE \cup coRE}$ $\quad$ (סמנו את בחירתכם)

הוכחה:

6. (11 נק')

נגדיר את השפה $L_3 = \{\langle M \rangle \mid M \text{ is a TM that halts on every word } w \in \Sigma^* \text{ within } |w| \text{ steps}\}$

באיזה מהמחלקות הבאות נמצאת L_3?

R $\quad$ $RE \setminus R$ $\quad$ $coRE \setminus R$ $\quad$ $\overline{RE \cup coRE}$ $\quad$ (סמנו את בחירתכם)

הוכחה:

חלק III. (34 נק')

לכל אחת מהטענות הבאות סמנו האם היא נכונה, לא נכונה, או שנכונותה לא ידועה.
במקרה שנכונות הטענה לא ידועה, סמנו את כל הטענות מבין
$P = PSPACE$, $NP = NL$, $NP = coNP$, $P \neq NP$, $P = NP$ שינבעו אם תוכח נכונות הטענה.

הוכיחו את תשובתכם. וכן הצדיקו כל טענה נובעת שסימנתם. אין צורך להצדיק מדוע טענות שלא סימנתם לא נובעות.

7. (7 נק')
טענה: $PATH \notin coNP$

תזכורת:

$PATH = \{\langle G, s, t\rangle |\ G \text{ is a direted graph, containing a path from } s \text{ to } t\}$.

הטענה: (סמנו את בחירתכם)

נכונה לא נכונה נכונותה לא ידועה, ואם היא נכונה, תגרור את: (סמנו)

$P = NP$ $P \neq NP$ $NP = coNP$ $NP = NL$ $P = PSPACE$

8. (7 נק')

טענה: $ALL_{NFA} \leq_p PATH$

תזכורת:

$ALL_{NFA} = \{\langle A \rangle |\ A\ is\ an\ NFA\ with\ L(A) = \Sigma^*\}.$

הטענה: (סמנו את בחירתכם)

נכונה לא נכונה נכונותה לא ידועה, ואם היא נכונה, תגרור את: (סמנו)

$P = NP \quad P \neq NP \quad NP = coNP \quad NP = NL \quad P = PSPACE$

9. (7 נק')

טענה: $IS \leq_{logspace} CLIQUE$

תזכורת:

$IS = \{\langle G, k\rangle |\ G \text{ is an undireted graph containing an independent set of size } k\}$.

$CLIQUE = \{\langle G, k\rangle |\ G \text{ is an undireted graph containing a } k - \text{clique}\}$.

הטענה: (סמנו את בחירתכם)

נכונה לא נכונה נכונותה לא ידועה, ואם היא נכונה, תגרור את: (סמנו)

$P = NP$ $P \neq NP$ $NP = coNP$ $NP = NL$ $P = PSPACE$

10. (13 נק')

נגדיר את השפה

$L = \{\langle\varphi\rangle \mid$ φ היא נוסחת CNF מעל המשתנים $x_1, \dots, x_n$ כך שקיים $1 \le i \le n$ עבורו הנוסחה φ ספיקה גם כאשר מציבים $x_i = 0$ וגם כאשר מציבים $x_i = 1$ $\}$

מהי מחלקת הסיבוכיות של L?

NL-complete P NP-complete PSPACE-complete (סמנו את בחירתכם)

הוכחה:

עמוד תשובות נוסף, מספר 1

המשך שאלה _____ סעיף _____

עמוד תשובות נוסף, מספר 2

המשך שאלה _____ סעיף _____

עמוד תשובות נוסף, מספר 3

המשך שאלה _____ סעיף _____

עמוד תשובות נוסף, מספר 4

המשך שאלה _____ סעיף _____